
Geócze Zoárd Matematika Verseny – 2016

10. osztály

1. Számítsd ki az a paraméter összes olyan értékét, melyeknél az adott egyenletrendszernek egy megoldása lesz:

$$\begin{cases} (x-a)^2 + y^2 = 4 \\ |y| = 1 - |x-12| \end{cases}$$

2. Oldd meg az $\frac{x^2 - 11x + 3}{x^2 - 12x + 3} - \frac{x^2 - 9x + 3}{x^2 - 10x + 3} = \frac{1}{4}$ egyenletet!
3. Az R sugarú körbe, négyzetet írtak, ebbe a négyzetbe egy körvonalat, amelybe újra négyzetet, és ezt a folyamatot így folytatták tovább. Bizonyítsa be, hogy a keletkezett körlapok és négyzetek területeinek sorozatai mértani sorozatok lesznek. Határozd meg a keletkezett négyzetek és a keletkezett körlapok területeinek összegét!
4. Húzzunk egy b oldalú négyzet egyik csúcsából két félegyenest úgy, hogy ezek a négyzetet három olyan síkidomra bontsák, melyeknek a kerülete megegyezik. Mekkora ezeknek a síkidomoknak a területe?
5. Az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ kocka, mely éleinek hossza 4 egység. Legyen P a DD_1 élnek az a belső pontja, amelyre $D_1 P = 1$, és jelöljük a $D_1 D C C_1$ lap középpontját K -val. Határozd meg az A , P és K pontokon áthaladó sík, valamint a kocka közös részét alkotó síkidom kerületét!