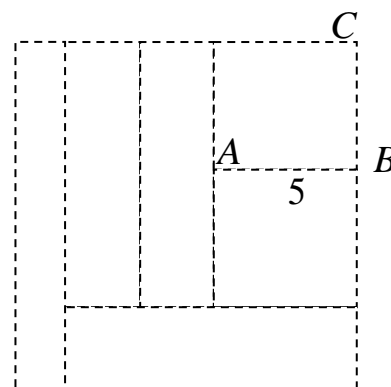


Міністерство освіти і науки України  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2015-2016 рік  
2 тур

7 клас

1. На дошці записані числа 1, 2, 5, 7, 8, 11, 13, 17, 20 та 25. Андрій та Олеся витерли по чотири різних числа. При цьому виявилось, що сума чисел, які витер Андрій, рівно у 5 разів менша за суму чисел, що витерла Олеся. Які числа можуть залишитись не витертими? Наведіть усі можливі відповіді та обґрунтуйте їх.

2. Квадрат розбитий на 6 прямокутників однакової площі, як це показано на рисунку. Знайдіть довжину відрізка  $BC$ , якщо  $AB=5$ . Відповідь обґрунтуйте.



3. На площині заданий трикутник  $ABC$ , у якого сторона  $AB=6$  см. У вершинах  $A$  та  $B$  цього трикутника сидять 2 мурахи. Вони починають повзти по його сторонах у протилежних напрямках з постійними, але, можливо, різними швидкостями. Вперше вони зустрічаються у вершині  $C$ , вдруге зустрілися у вершині  $A$ , втретє – у вершині  $B$ . Чому дорівнює довжина сторони  $AC$  цього трикутника? Відповідь обґрунтуйте.

4. Знайдіть найменше натуральне число  $N$ , для якого з довільних  $N$  натуральних чисел завжди можна вибрати 4 числа, сума яких ділиться на 4. Відповідь обґрунтуйте.

24 січня 2016 р.

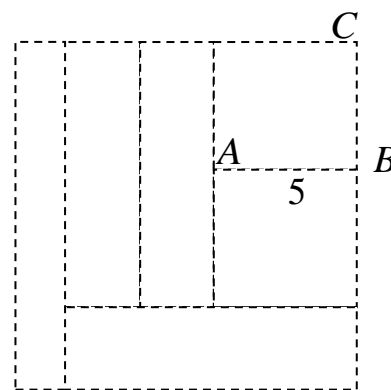
На виконання завдання відводиться 4 години  
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Задания III этапа Всеукраинской олимпиады по математике 2015-2016 года  
2 тур

**7 класс**

1. На доске записаны числа 1, 2, 5, 7, 8, 11, 13, 17, 20 и 25. Андрей и Олеся стерли по четыре разных числа. При этом оказалось, что сумма чисел, которые стер Андрей, ровно в 5 раз меньше чем сумма чисел, стертых Олесей. Какие числа могут остаться не стертыми? Приведите все возможные ответы и обоснуйте их.

2. Квадрат разбит на 6 прямоугольников одинаковой площади, как это изображено на рисунке. Найдите длину отрезка  $BC$ , если  $AB=5$ . Ответ обоснуйте.



3. На плоскости задан треугольник  $ABC$ , со стороной  $AB=6$  см. В вершинах  $A$  и  $B$  этого треугольника сидят 2 муравья. Они начинают ползти по его сторонам в противоположных направлениях с постоянными, но, возможно, разными скоростями. Впервые они встречаются в вершине  $C$ , во второй раз встретились в вершине  $A$ , в третий раз – в вершине  $B$ . Чему равна длина стороны  $AC$  этого треугольника? Ответ обоснуйте.

4. Найдите наименьшее натуральное число  $N$ , для которого из произвольных  $N$  натуральных чисел всегда можно выбрать 4 числа, сумма которых делится на 4. Ответ обоснуйте.

24 января 2016 г.